

営農計画策定支援システム Z-BFM

解説マニュアル

JA全農 営農販売企画部
農研機構 経営管理プロジェクト

目 次

1. 営農計画手法と線形計画法	
1) 農業経営計画手法	1
2) 線形計画法	2
2. 線形計画法の農業経営問題への適用	
1) 営農計画モデルの具体例	3
2) 最適解の計算	4
3) 最適解から得られる情報	5
3. モデル作成手順の概要	
1) 問題の設定	6
2) 資料収集・調査	6
3) データの加工とモデルの作成	6
4) 最適解の計算	9
4. 制約式の作成方法と目的関数の修正	
1) 考え方	10
2) 主な制約式	10
3) その他モデル作成の目的に応じた制約式の作成方法	14
4) 最小化問題	15
5) 補足	16
5. 解法	
1) 図解法	17
2) シンプレックス法(単体法)	18
6. 線形計画法・営農計画作成支援プログラムについて	21
7. 参考文献	22

解説マニュアル

Z-BFM が営農計画策定の手法として採用している線形計画法について、その概要と営農計画の策定・農業技術の経営的評価等に活用するのに必要な知識を解説しています。これらの内容は、Z-BFM の利用に限らず、線形計画法を農業経営問題に活用する際に考となります。

1. 営農計画手法と線形計画法

最初に、システムの有する機能の土台になっている営農計画の手法、とりわけ試算計画法と線形計画法について述べます。

1) 農業経営計画手法

農業経営計画(診断)手法には次のような方法があります。

(1) 直接比較法

同じ経営方式の農家群の平均値を基準として定め、診断や計画立案を行う方法です。

(2) 標準比較法

同じ経営方式の農家群で上位層の平均値や、農業試験場等の試験研究の成果を取り入れた栽培技術などを標準(基準)として定め、診断や計画立案を行う方法です。

(3) 試算計画法

試算計画法は、現実の営農実績を基にして、作目構成を変えたり、改良技術、新技術等を取り入れた営農計画案を繰り返し試算して、より良い経営成果をもたらす営農計画を求める方法です。求めた営農計画を基準にして診断を行うことができます。

作目の時期別作業労働時間、経営耕地面積や、利用できる労働力などを考慮して、より所得の多い計画案とか、特定の時期の労働時間が少なくなるような計画案とかを、電卓やパソコンの表計算ソフトを利用して検討していきます。途中、経営耕地や労働可能時間の不足や残余などを見ながら、より良い計画案を検討していきます。最終的に、これ以上、良い計画案は案出できそうもないと判断したら、それを計画案とします。多少、時期によって労働可能時間が不足していたり、残余があっても、その時期は少し頑張るなり、楽をすることにして、検討を終了します。

以上の試算の進め方から分かるように、試算計画法には、必ずしも利用できる経営耕地や労働力の経営資源を最大限に有効利用した最適計画案が求まらないこと、厳密に経営資源の利用可能の範囲で計画案を作成できるとは限らないことなどの難点が、あります。しかし、これまでの営農活動を基に、圃場の具体的な配置状況や従事者の状態を考慮しながら、電卓や表計算ソフトで手軽に計画案を作成できることは、計画案の示す経営成果に満足できる場合には、良い方法です。

(4) 数理計画法

線形計画法等の数理計画法を利用して営農計画案を作成する方法は、試算の繰り返しではなく数学的な手順で、最良の経営成果をもたらす営農計画を求めます。

数理計画法のうちで、線形計画法が基本となる方法であり、最も普及しています。

2) 線形計画法

線形計画法は、次に示すように、一次式の制約条件のもとで、一次式の目的関数を最大化する解(最適解)を求める方法です。

$$\text{目的関数：① } z = 120 x_1 + 90 x_2 \rightarrow \text{最大化}$$

$$\text{制約条件：② } x_1 + x_2 \leq 10$$

$$\text{③ } 45 x_1 + 15 x_2 \leq 360$$

$$\text{④ } 20 x_1 + 40 x_2 \leq 360$$

$$\text{非負条件：⑤ } x_1 \geq 0$$

$$\text{⑥ } x_2 \geq 0$$

作物の作付面積や家畜の飼養頭数を変数 x (x_1 、 x_2 、・・・) で表わすと、経営面積と作付面積の関係(②)や、月別・旬別の利用可能労働時間と必要な作業労働時間との関係などを変数 x の一次式で表現できます(③、④)。また、最大化する目的関数を比例利益総額(限界利益、貢献利益)とすると、目的関数は10a当たり比例利益を係数とする x の一次式(①)で表現できます。変数 x は、0 またはプラスの値になるよう制約されています(⑤、⑥)。

①～⑥で構成される問題を線形計画法で解くことにより、比例利益総額を最大化する作目ごとの作付面積や家畜の飼養頭数を変数 x の値として求められ、比例利益総額が z として求められます。

以上のように、線形計画法では、数式を使った計算により、労働力や経営耕地の制約が最大限に有効利用された計画案が最適解として求められます。これは、試算計画法の難点を解決するものです。しかし、一方で、制約条件の設定の仕方によっては、得られる最適解が圃場の配置状況などの営農条件にそぐわない場合があります。

2. 線形計画法の農業経営問題への適用

線形計画法 (Linear Programming) を農業経営の問題に適用するには、作物の作付面積や家畜の飼養頭数などを変数で表します。土地(経営耕地)や労働力(作業労働時間)などに関して、農業経営が利用できる量と営農遂行に必要な量との関係を制約条件として表します。経営目標(農業所得等)を目的関数として表します。作付計画の簡単な例を取り上げて具体的に説明しましょう。

1) 営農計画モデルの具体例

経営耕地が 1 ha あり、労働力が 2 人で、5 月の利用可能労働時間 360 時間、9 月 360 時間の農業経営を想定します。作目は表 1 のように、3 つあるとします。

表 1 費用・収益・作業労働時間 (千円/10a、kg/10a、時間/10a、千円/kg)

作付作物	変動費	収量	単価	粗収益	比例利益	5 月労働	9 月労働
甜菜	130	500	0.5	250	120	45	20
馬鈴薯	150	400	0.6	240	90	15	40
大豆	190	300	1.0	300	110	30	30

経営目標は農業所得の最大化とします。「農業所得＝比例利益総額－固定費」ですから、固定費が作目の選択にかかわらず一定である場合は、比例利益総額の最大化に置き換えられます。

制約条件と経営目標を数式で表すと、次の 7 本の式となります。

- ① $120 x_1 + 90 x_2 + 110 x_3 = z$ 比例利益総額(農業所得＋固定費) → 最大化
- ② $x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$ 経営耕地
- ③ $45 x_1 + 15 x_2 + 30 x_3 \leq 360$ 5 月労働
- ④ $20 x_1 + 40 x_2 + 30 x_3 \leq 360$ 9 月労働
- ⑤ $x_1 \geq 0$ 甜菜の作付面積
- ⑥ $x_2 \geq 0$ 馬鈴薯の作付面積
- ⑦ $x_3 \geq 0$ 大豆の作付面積

①～④の 1 次式を作ることを、一般に線形計画モデルの作成(構築)といいます。農業経営問題では、営農計画モデル(農業経営計画モデル)の作成などといいます。

通常、①を目的関数、②～④を制約[条件]式、⑤～⑦を非負条件といいます。

目的関数の係数を利益係数、制約式の係数を技術係数、定数項を制約量といいます。その稼働水準(作付面積)が変数 x_i で表される甜菜や馬鈴薯や大豆を生産販売することはプロセスと呼ばれます。目的関数を最大化するプロセスの稼働水準を最適解といいます。

2) 最適解の計算

最適解は電卓でも計算できますが、現在はパソコンで利用できるプログラムがいくつかありますが、ここではWindowsのExcelで動くプログラムXLPを使用します。

図1は、前ページの目的関数(①)や制約式(②～④)などをコピー&ペーストして作成しました。目的関数と制約式をD列に、プロセス名をB列に、制約名をC列に記述します。

図2は、図1の数式から係数と定数項を抜粋した表で、XLPのメニュー[数式モデル]-[単体表]で、図1から作成したもので単体表と呼ばれます。プロセス名は第3行に、制約名はB列に、制約量はC列に、利益係数は第4行に、技術係数はセルE5から右下に記述されています。

図3が最適解です。図1または図2でメニュー[XLP]-[LP計算]を選べば求められます。

	A	B	C	D	E	F	G
1	【数式モデル】		作付計画				
2							
3							
4	0	↓プロセス名	↓制約名	$Z = 120x_1 + 90x_2 + 110x_3$			
5	1	甜菜	耕地 (10㌧)	$x_1 - x_2 + x_3$	$\leq$	0	
6	2	馬鈴薯	5月労働(時間)	$45x_1 + 15x_2 + 30x_3$	$\leq$	360	
7	3	大豆	9月労働(時間)	$20x_1 - 40x_2 + 30x_3$	$\leq$	360	

図1 数式モデルシート

	A	B	C	D	E	F	G
1	【単体表】		作付計画				
2					1	2	3
3			定数項	関係	甜菜	馬鈴薯	大豆
4	0	利益係数			120	90	110
5	1	耕地 (10㌧)	10	$\geq$	1	1	1
6	2	5月労働(時間)	360	$\geq$	45	15	30
7	3	9月労働(時間)	360	$\geq$	20	40	30

図2 単体表シート

	A	B	C	D	E	F	G
1	[単体表.\$\$\$の計算結果] LP			プロセス数	3	制約数	3
2	標題: 作付計画						
3	最適値 1,140.000						
4			利益係数	稼働水準	潜在費用		安定域
5			・制約量	・残量	・潜在価格	下限	上限
6	p 1	甜菜	120.000	4.000	0.000	110.000	30.000
7	p 2	馬鈴薯	90.000	0.000	10.000	∞	100.000
8	p 3	大豆	110.000	6.000	0.000	135.000	20.000
9							
10	c 1	耕地 (10㌧)	10.000	0.000	90.000	8.000	12.000
11	c 2	5月労働(時間)	360.000	0.000	0.667	300.000	450.000
12	c 3	9月労働(時間)	360.000	100.000	0.000	260.000	∞

図3 計算結果シート

3) 最適解から得られる情報

図3の最適解の結果から次のような情報が得られます。

(1) 所与の制約条件・収益性(耕地面積、保有労働力、収量、価格など)のもとで、目的関数(比例利益総額、所得等)が最大になるときのプロセス稼働水準(作付面積等)、制約要素(経営資源)の残量等が分ります。甜菜を40a、大豆を60a作付して販売して、比例利益総額として1,140千円を得ることができます。制約要素は9月労働が100時間余り、耕地と5月労働は使い切られています。

(2) 最適解における目的関数の係数から、採用(作付)されていないプロセス(作物)は、その利益係数がいくら増加すれば、採用(作付)されるかが分ります《潜在費用》。馬鈴薯が作付けされるには、10a当たり10千円の比例利益の増加が必要になります。

(3) 同様に、ある制約要素が1単位増えると、目的関数がいくら増えるかが分ります《潜在価格》。使い切られている制約要素が追加投入されると、利益が増える可能性があります。たとえば耕地が10aさらに投入されると90千円比例利益総額が増える最適解(計画案)が求まります。

このように、最適解から経営目標(たとえば農業所得)を最大化する作付面積、飼養頭数等が分かりますので、それを利用して農業経営計画を作成したり、最適解を基準とした経営診断ができます。

さらに、耕地が増えると所得がどれだけ増えるか、どの時期に労働を追加投入したら所得がどれだけ増えるか、選択されなかった作物は収益性がどれだけ高まれば選択されるようになるか、等々のことが分かりますが、これらは経営の改善方向や、経営条件が変化したときの経営の対処法を考える情報となります。

また、生産技術の改善や、新技術の導入は労働時間の変化、収益性の変化をもたらしますが、それらが所得、土地利用、労働に及ぼす影響は、技術係数や利益係数を修正して、最適解を再計算すると分かりますので、技術の改善や、新技術の導入を経営経済面から評価することができます。

なお、線形計画法が農業経営のどんな問題に利用されているかをみると、農業技術の経営的評価が最も多く、次いで営農モデルの策定、営農計画の作成となっています。

3. モデル作成手順の概要

営農計画モデルの作成はZ-BFM等のプログラムに任せることもできますが、作成された計画モデルを利用目的に合ったように修正したい場合には、計画モデルの作成方法を知っておくことが必要になります。

営農計画モデルの作成過程は、おおむね次のように分けられます。これらの順序は固定的なものでなく、前後を移動したり、繰り返したりして、より妥当な計画モデルを作成していきます。

1) 問題の設定

作成した営農計画モデルを利用して、経営問題の何を解決したいか、何を明らかにしたいかを決めます。現在の作物別作型別の作付面積は妥当か、新しい作物や作型を導入するのは妥当か、新しい栽培技術は経営収支に何をもたらすか、借地や雇用を導入するのは得策か、等々です。

2) 資料収集・調査

自分の経営についてのデータは簿記、作業日誌、メモ等が利用できますが、新しい作物の栽培技術や販売価格、借地や雇用の条件等は、関係者に聞くなり、資料を集めるなりします。

簿記や作業日誌やメモ類から、自分の経営に関するデータを整理するとともに、降雨等の気象情報、雇用条件（周辺における日当や勤務時間、雇用可能延べ日数）や、借地条件（借地料、借地可能上限）を調べます。

3) データの加工とモデルの作成

収集した知識、データ等を元に、経営モデルに取り入れるプロセス、プロセスの稼働に係る制約条件、目的関数や制約式を立てて、モデルを作成します。最適解を求め、現実の経営内容やモデル作成の意図と照合し、モデルを修正します。

(1) プロセスの設定

経営モデルに取り入れる作物の生産販売や家畜の飼養を内容とするプロセスを設定します。さらに、必要に応じて雇用や借地等のプロセスを追加します。

(2) 利益係数の作成（表2）

収集した資料をもとに、収益と費用を算定し利益係数(比例利益)を求めます。

(3) 労働係数の作成（表3、4）

収集した資料をもとに、作物ごとに作業別時期別に労働時間を整理し、さらに作物別時期別にまとめます。時期別は、多くの場合に旬別が適当ですが、説明の簡便化のために月別としました。

表2 利益係数（円／10a）

	メロン	スイ カ	トウモ ロコシ	ダイコ ン	キャベ ツ	ゴボウ
収量	2300	4500	1100	6500	4800	2000
単価	220	181	196	70	75	120
売上	506.0	814.5	215.6	455.0	360.0	240.0
肥料費	49.3	36.6	16.5	8.6	26.7	8.0
農薬費	29.9	52.4	6.7	36.0	32.9	26.4
種子代	23.8	19.5	13.1	9.9	5.8	30.6
燃料費	6.4	11.3	2.6	5.9	4.9	3.9
その他の諸材料費	90.7	64.7	3.7	0.0	1.8	0.0
出荷経費	121.1	137.8	54.3	200.1	155.4	66.9
その他の費用	15.0	0.0	5.1	0.7	0.8	0.7
費用合計	336.1	322.4	101.9	261.2	228.2	136.5
利益係数	169.9	492.1	113.7	193.8	131.8	103.5

表3 作業別旬別労働時間（メロン）

	育苗	耕起施肥 マルチ張	トンネル等 準備	定植	温度 管理	整枝	交配	摘果	防除	収穫 出荷	後片 付け	合計
1月上旬												
中旬	0.8											0.8
下旬												
2月上旬	5.4											5.4
中旬	4.4											4.4
下旬	2.4											2.4
3月上旬	0.8	17.6	7.2									25.6
中旬				6.9					0.8			7.7
下旬					4.0							4.0
4月上旬					4.0							4.0
中旬					4.0	4.0						8.0
下旬					4.0	16.0			1.6			21.6
5月上旬							1.3					1.3
中旬								38.4	1.6			40.0
中略												
12月上旬												
中旬												
下旬												
年間合計	13.8	17.6	7.2	6.9	16.0	20.0	1.3	43.2	9.6	69.1	12.0	216.7

表4 労働係数（時間／10a）

	メロン	スイカ	トウモ ロコシ	ダイコ ン	キャベ ツ	ゴボウ
1月	0.8	—	—	—	—	—
2月	12.2	25.6	—	—	—	—
3月	37.3	30.4	—	—	—	8.8
4月	33.6	36.0	13.6	—	—	7.2
5月	42.9	96.0	5.6	—	—	6.4
6月	21.8	102.4	13.6	—	—	7.2
7月	68.2	8.0	36.8	—	—	3.2
8月	—	—	—	—	2.2	3.2
9月	—	—	—	14.6	13.6	52.8
10月	—	—	—	11.2	7.0	—
11月	—	3.2	—	3.6	41.6	—
12月	—	6.4	—	64.0	3.5	—
年間合計	216.7	308.0	69.6	93.4	68.0	88.8

(4) 制約量の設定

経営耕地の制約量は、自分の経営で利用できる耕地です。

労働時間の制約量は、旬別なり月別に、降雨日数や雨量に関する気象データや作業の特性、農業従事者の性別や年齢等をもとに、その期間に農作業に利用可能な労働時間を確定します。

(5) その他モデルに組み込む事項の整理

自分の経営内容を再現するモデルを作成してから、雇用や借地を利用するモデルへ修正しますので、借地は周年か期間借地か、雇用の導入はどの時期にするか、借地料や雇用賃金はいくらか等々のデータや制約を整理します。

(6) 目的関数の作成

経営目標を目的関数で表現します。経営目標は農業所得となるのが通常ですが、前述したように、限界利益で代替します。したがって、各作物の限界利益(利益係数×稼働水準)の合計が目的関数になります。

借地や雇用を利用すると、利用に伴う費用が発生しますので、目的関数が修正されます。その修正については、借地や雇用に係わる制約式の作成方法の個所で後述します。

(7) 制約式の作成

最後に、プロセスと制約要素の関係、プロセス相互の関係等を数式に表して、制約式を作成します。主な制約式について、作成の考え方を後述します。

以上のようにして、表2と表4のデータから、表5に示すような営農計画モデル(数式モデル)を作成します。なお、数式の左辺に定数項を、右辺に変数(x)を含む項を移項してから定数項と係数を抜粋した形式は、よく利用されており単体表と通称されています。

表5 野菜作経営の営農計画モデル

プロセス（変数x1～x6はそれらの作付面積を表す）：						
x1：メロン x2：スイカ x3：トウモロコシ x4：ダイコン x5：キャベツ x6：ゴボウ						
目的関数：最大化が目標						
$z = 170 x_1 + 492 x_2 + 114 x_3 + 194 x_4 + 132 x_5 + 104 x_6$						
制約式：						
1 x1	+ 1 x2	+ 1 x3		+ 1 x6	≤ 20	畑(1-7月)制約
			1 x4	+ 1 x5	+ 1 x6	≤ 20 畑(8-12月)制約
0.8 x1					≤ 720	1月労働制約
12.2 x1 + 25.6 x2					≤ 720	2月労働制約
37.3 x1 + 30.4 x2				+ 8.8 x6	≤ 720	3月労働制約
33.6 x1 + 36.0 x2 + 13.6 x3				+ 7.2 x6	≤ 720	4月労働制約
42.9 x1 + 96.0 x2 + 5.6 x3				+ 6.4 x6	≤ 720	5月労働制約
21.8 x1 + 102.4 x2 + 13.6 x3				+ 7.2 x6	≤ 720	6月労働制約
68.2 x1 + 8.0 x2 + 36.8 x3				+ 3.2 x6	≤ 720	7月労働制約
				2.2 x5 + 3.2 x6	≤ 720	8月労働制約
			14.6 x4 + 13.6 x5 + 52.8 x6		≤ 720	9月労働制約
			11.2 x4 + 7.0 x5		≤ 720	10月労働制約
	3.2 x2		+ 3.6 x4 + 41.6 x5		≤ 720	11月労働制約
	6.4 x2		+ 64.0 x4 + 3.5 x5		≤ 720	12月労働制約

4) 最適解の計算

前章と同様の手続きで最適解を求めます。

図4は、表5の目的関数等の数式などをコピー＆ペーストして作成した数式モデルです。

図5は、XLPのメニュー[数式モデル]-[単体表]で、図4から作成した単体表です。

図6が、最適解の計算結果です。メニュー[XLP]-[LP計算]で求められます。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	【数式モデル】 野菜作経営										
2											
3											
4		C1プロセス名	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	1	1月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	2	2月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	3	3月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	4	4月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	5	5月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	6	6月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	7	7月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	8	8月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
13	9	9月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
14	10	10月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	11	11月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
16	12	12月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1

図4 数式モデルシート

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	【単体表】 野菜作経営										
2											
3											
4		C1プロセス名	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	1	1月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	2	2月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	3	3月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8	4	4月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
9	5	5月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	6	6月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	7	7月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	8	8月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
13	9	9月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
14	10	10月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	11	11月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1
16	12	12月労働制約	1	1	1	1	1	1	1	1	1

図5 単体表シート

	A	B	C	D	E	F	G
1	【単体表\$B\$3の計算結果】LP		プロセス数	6	制約数	14	
2	課題: 野菜作経営						
3	最適値: 7,542.43E						
4			利益係数	稼働水準	潜在費用	安定域	
5			・制約量	・残量	・潜在価格	下限	上限
6	p1	メロン	170.000	3.796	0.000	148.300	195.502
7	p2	スイカ	482.000	4.384	0.000	68.186	726.868
8	p3	トウモロコシ	114.000	11.508	0.000	100.286	137.808
9	p4	ダイコン	184.000	10.277	0.000	132.000	1,664.626
10	p5	キャベツ	132.000	0.753	0.000	48.156	104.000
11	p6	ゴボウ	104.000	0.000	38.073	∞	192.813
12							
13	c1	1月労働制約	20.000	0.000	30.053	19.028	20.000
14	c2	2月労働制約	20.000	0.000	20.477	10.701	25.980
15	c3	3月労働制約	720.000	716.360	0.000	3.037	∞
16	c4	4月労働制約	720.000	557.507	0.000	166.487	∞
17	c5	5月労働制約	720.000	485.888	0.000	284.812	∞
18	c6	6月労働制約	720.000	206.319	0.000	453.081	∞
19	c7	7月労働制約	720.000	42.319	0.000	677.981	∞
20	c8	8月労働制約	720.000	0.000	4.384	32.333	752.479
21	c9	9月労働制約	720.000	0.000	0.637	580.703	769.431
22	c10	10月労働制約	720.000	696.544	0.000	2.456	∞
23	c11	11月労働制約	720.000	437.753	0.000	282.247	∞
24	c12	12月労働制約	720.000	536.362	0.000	183.036	∞
25	c13	11月労働制約	720.000	262.371	0.000	457.628	∞
26	c14	12月労働制約	720.000	0.000	1.025	802.278	1,610.045

図6 計算結果シート

4. 制約式の作成方法と目的関数の修正

1) 考え方

線形計画モデルは、最初に述べたように、経営の技術・経済構造、経営条件、経営目標等を、プロセスと制約要素の関係として、プロセス相互の関係として、あるいはプロセスの合計として1次式で表したものです。これらの1次式をたてるのが、モデルの作成です。あとは、これらの式を変形して、単体表の様式に似せて左辺に定数項を集め、右辺に変数からなる1次式を集めます。変形後の形式を「**定左形**」と呼ぶことにします。以下、作成の考え方をまず日本文字からなる式で表し、次にその具体例を数式で示します。具体例は、主に表6のデータを使用し、必要に応じて表7のデータも使用して示します。経営耕地は20ha、月間の労働可能時間は400時間と想定します。各変数 x は、次のプロセス・作目の稼働水準を表します。

x_1 : 大豆	x_2 : 菜豆	x_3 : 小麦	x_4 : てん菜
x_5 : 馬鈴薯	x_6 : トウモロコシ	x_7 : 乾草	x_8 : 繁殖牛
x_9 : 子牛	x_{10} : 育成牛	x_{11} : 販売子牛	

2) 主な制約式

(1) 土地（耕地）

制約要素は、各時期ごとに、利用可能量と利用量とのバランスを考えます。すると、土地も、細かく見れば月ごとに、大まかに見れば年間あるいは半年ごとにバランスを考えることになりますが、作物の栽培期間を考えて、一毛作地帯では年間で、2毛作地帯では半年ごとに、野菜等を1年に3作以上栽培するところでは年間で3～4つ程度の時期に分割して、各時期の作付面積と経営耕地のバランスを考えるのが適当でしょう。各時期のバランスは次式のようになります。

$$\text{利用可能（所有）面積} \geq \text{各作目の作付面積の合計} \quad (1-1)$$

$$20 \geq x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \quad (1-2)$$

〔借地〕労働力に余裕のあるとき、あるいは省力的な作物を入れて耕地規模を増やしたいときには、借地の効果を知りたいです。そのようなときには、借地のプロセスを設定します。借地面積を r とします。すると、耕地のバランスは、次のようになります。

$$20 + r \geq x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \quad (1-3)$$

定左形にして、

$$20 \geq x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 - r \quad (1-4)$$

借地の利用に伴い、目的関数が修正されます。まず、借地する前の目的関数は、各作物の限界利益(利益係数×稼働水準)の合計ですから、表5の例では次式のようになります。

$$z = 315x_1 + 297x_2 + 243x_3 + 460x_4 + 348x_5 \quad (1-5)$$

10a 当たり2万円の借地料を支払いますので、目的関数は次のように修正されます。

$$z = 315x_1 + 297x_2 + 243x_3 + 460x_4 + 348x_5 - 20r \quad (1-6)$$

なお、借地できる面積に上限（例えば1ha）があると、次の制約式が追加されます。

$$10 \geq r \quad (1-7)$$

表6 プロセス（作物）別利益係数等 (ha当り)

		大豆	菜豆	小麦	てん菜	馬鈴薯
目標収量	(kg)	1,826	1,452	2,396	40,020	24,786
平均単価	(円)	242	322	166	18	28
販売収益	(千円)	443	468	399	725	689
変動費	(千円)	127	171	155	265	341
限界利益	(千円)	315	297	243	460	348
労働時間	4月	—	—	—	18.1	25.6
(時間)	5月	3.1	2.6	—	64.0	24.0
	6月	15.0	20.0	1.0	22.0	3.6
	7月	25.0	25.0	—	22.0	7.0
	8月	4.0	2.0	6.0	2.0	7.0
	9月	1.3	31.0	17.6	2.0	65.0
	10月	31.0	13.0	—	33.6	—
	11月	13.0	—	1.0	1.6	10.0

(2) 輪作や前後作

甜菜の翌年は馬鈴薯、その後は小麦を作付けるといった、輪作や前後作を表現する制約式です。たとえば、小麦（ x_3 ）は秋播きで、菜豆（ x_2 ）と馬鈴薯（ x_5 ）の収穫後に作付され、小麦の連作を避けたいようなときには、

$$x_3 \leq x_2 + x_5 \quad \text{あるいは} \quad x_3 = x_2 + x_5 \quad (2-1)$$

定左形にすると、

$$0 \geq x_3 - x_2 - x_5 \quad \text{あるいは} \quad 0 = x_3 - x_2 - x_5 \quad (2-2)$$

なお、定左形に変形する場合、定数項がマイナスにならないように変形します。したがって、定数項がプラスの場合には不等号の向きは自動的に決まりますが、ゼロの場合にはどちらの向きでもマイナスにならないので、自動的に決まりません。その場合は、

$$0 \geq x \text{ の数式}$$

のように不等号の向きがなるように、変形します。この向きの方が、メモリーや計算時間が節約されます。

(3) 作付制限

連作障害、生産調整等によって作物の作付面積が制限されている場合、たとえばてん菜の作付が5ha以下に制限されている場合は、次のようになります。

$$5 \geq x_4 \quad (3-1)$$

馬鈴薯を全耕地の1/3以下に制限したい場合は、次のようになります。

$$x_5 \leq (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) \times 1/3 \quad (3-2)$$

定左形にすると、

$$0 \geq -0.333x_1 - 0.333x_2 - 0.333x_3 - 0.333x_4 + 0.667x_5 \quad (3-3)$$

(4) 転作割当

作付制限の応用として、稲作経営での転作割当を考えます。

$$\text{水田面積} \times \text{割当転作率} \leq \text{転作作物の作付面積} + \text{不作付面積} \quad (4-1)$$

稲作を y_1 、転作作物を $y_2 \sim y_4$ 、不作付面積を y_5 とします。水田面積が例えば4haで不変で、転作割当が35%であれば、最少の転作面積は $4 \times 0.35 = 1.4$ ですので、

$$1.4 \leq y_2 + y_3 + y_4 + y_5 \quad (4-2)$$

借地等で水田面積が変化しても対応できる制約式は、次のようになります。

$$0.35 (y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5) \leq (y_2 + y_3 + y_4 + y_5) \quad (4-3)$$

定左形にすれば、

$$0 \geq 0.35 y_1 - 0.65 y_2 - 0.65 y_3 - 0.65 y_4 - 0.65 y_5 \quad (4-4)$$

(5) 労働

労働のバランスをとる各時期は、農作業の適期幅によって旬別、月別、時には半旬別、2旬別等、色々考えられる。多くの場合、旬別に設定すればよいでしょう。各時期のバランスは次式のようになります。

$$\text{利用可能労働時間} \geq \text{各作目ごとの必要労働時間の合計} \quad (5-1)$$

月別の設定で4月と5月を例にとって示すと、

$$4 \text{ 月 } 400 \geq 18.1 x_4 + 25.6 x_5 \quad (5-2)$$

$$5 \text{ 月 } 400 \geq 3.1 x_1 + 2.6 x_2 + 64.0 x_4 + 24.0 x_5 \quad (5-3)$$

(6) 雇用労働

忙しい時期には、人を雇って働いてもらう。そんな場合の制約式の作り方です。この場合、人を雇う対価として賃金を支払いますので、目的関数を修正します。

$$\text{利用可能労働時間} + \text{雇用労働時間} \geq \text{各作目ごとの必要労働時間の合計} \quad (6-1)$$

人を雇うプロセスを設定し、例えば雇用労働と名付け、その稼働水準（延雇用日数）を x_{12} で表します。

5月に人を1日8時間、延べ x_{12} 日 雇うとすると、

$$400 + 8.0 x_{12} \geq 3.1 x_1 + 2.6 x_2 + 64.0 x_4 + 24.0 x_5 \quad (6-2)$$

定左形にすると、

$$400 \geq 3.1 x_1 + 2.6 x_2 + 64.0 x_4 + 24.0 x_5 - 8.0 x_{12} \quad (6-3)$$

目的関数は、1日当り雇用労賃を5千円とすると、 $5 \times x_{12}$ 千円が支払賃金として支出されるので、次のように修正されます。

$$z = 315 x_1 + 297 x_2 + 243 x_3 + 460 x_4 + 348 x_5 - 5 x_{12} \quad (6-4)$$

なお、雇用労働の雇用可能量に上限（例えば延べ50日）があると、次の制約式が追加されます。

$$50 \geq x_{12} \quad (50 = 2 \text{ 人} \times 25 \text{ 日}) \quad (6-5)$$

以上のモデル作成法の実例は、XLPのインストール時に作成されるフォルダー sample に保存されているファイル“Mondai1.clp”と“BasicModel2.xls”に収められています。

表7 プロセス（飼料作・家畜）別利益係数等

(ha・1頭当り)

		トウモ		子牛生産			
		ロコシ	乾草	加重平均	繁殖牛	子牛	育成牛 販売子牛
目標収量 (kg、頭)		47,980	42,500	—	—	—	—
平均単価 (千円)		—	—	—	—	—	—
販売収益 (千円)		—	—	246	—	—	—
1頭当り TDN(kg)		—	—	—	1,601	372	1,718
要求量 DCP(kg)		—	—	—	135	46	204
子牛販売単価(千円)		—	—	—	—	—	300
プロ 飼養頭数		—	—	—	1	0.95	0.13
セス (生産量) TDN		6,117	3,538	2,177	1,601	353	223
当り (要求量) DCP		428	392	206	135	44	27
変動費 (千円)		159	66	35	30	4	8
限界利益 (千円)		-159	-66	211	-30	-4	-8
労働時間	4月	—	1.08	4.5	3.5	0.8	1.2
(時間)	5月	4.0	0.86	4.5	3.5	0.8	1.2
	6月	5.0	—	3.0	2.3	0.6	0.9
	7月	3.5	7.63	3.0	2.3	0.6	0.9
	8月	—	2.4	3.0	2.3	0.6	0.9
	9月	—	12.1	3.0	2.3	0.6	0.9
	10月	19.0	0.28	3.0	2.3	0.6	0.9
	11月	—	—	4.5	3.5	0.8	1.2

(7) 飼料関係

$$\text{飼料供給量（生産、購入）} \geq \text{飼料給与量} \quad (7-1)$$

$$\begin{aligned} \text{飼料供給量（生産、購入）} = & (\text{面積当り生産量} \times \text{飼料作面積}) \text{の合計} \\ & + \text{購入飼料数量} (x_{13}) \end{aligned} \quad (7-2)$$

$$\text{飼料給与量} = (\text{成牛、育成牛、肥育牛等の1頭当り必要量} \times \text{各頭数}) \text{の合計} \quad (7-3)$$

以上を数式で表せば、

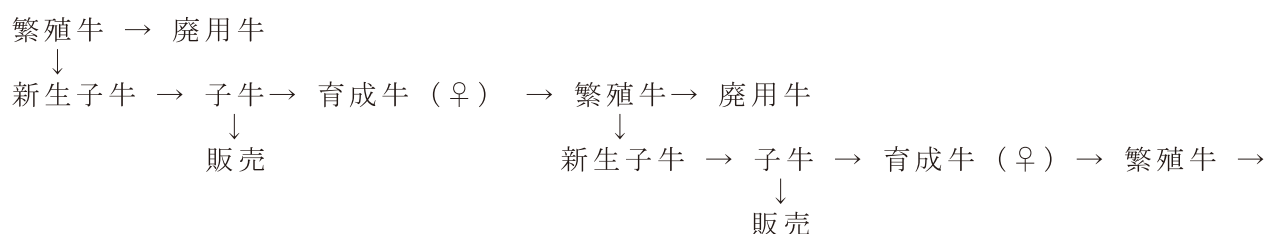
$$6117 x_6 + 3538 x_7 + x_{13} \geq 1601 x_8 + 372 x_9 + 1718 x_{10} \quad (7-4)$$

定左形にすると、

$$0 \geq -6117 x_6 - 3538 x_7 - x_{13} + 1601 x_8 + 372 x_9 + 1718 x_{10} \quad (7-5)$$

(8) 家畜構成

繁殖牛を自家育成する肉用子牛生産経営を例にとれば、発育段階毎の家畜の流れは次のように表されます。



子牛生産率95%、繁殖牛の耐用年数8年と設定して、この流れを数式に表すと

子牛 (x_9) は繁殖牛 (x_8) に子牛生産率を掛けたものに等しいので、

$$x_9 = 0.95 x_8 \quad (8-1)$$

定左形にすると、

$$0 = x_9 - 0.95 x_8 \quad (8-2)$$

廃用牛は、平均的には繁殖牛（ x_8 ）を耐用年数で除したものに等しく、また育成牛（ x_{10} ）で補充されるものなので、

$$x_{10} = x_8 \div 8 \quad (8-3)$$

定左形にすると、

$$0 = -8 x_{10} + x_8 \quad (8-4)$$

または

$$0 = -x_{10} + 0.125 x_8 \quad (0.125 \text{は更新率で } 1 \div \text{耐用年数}) \quad (8-5)$$

生産された子牛（ x_9 ）は販売子牛（ x_{11} ）と育成牛（ x_{10} ）に分かれるので、子牛の育成期間中の事故率を5%とすると、

$$x_9 \times (1 - 0.05) = x_{10} + x_{11} \quad (8-6)$$

定左形になおし、

$$0 = -0.95 x_9 + x_{10} + x_{11} \quad (8-7)$$

以上のモデル作成法の具体例は、XLPのインストール時に作成されるフォルダーsampleに保存されているファイル“Mondai2.clp”と“BasicModel2.xls”に収められています。

3) その他モデル作成の目的に応じた制約式の作成方法

(1) プロセスの分割

表1の甜菜のプロセスを、甜菜を生産するプロセス p_1 (10a)と、生産された甜菜を販売するプロセス s_1 (kg)に分割します。同様に、馬鈴薯は生産プロセス p_2 (10a)と販売プロセス s_2 (kg)に分割します。このことによって、収量や単価が技術係数や利益係数として単体表に直接現れるので、収量や価格水準を手軽に変化させて、その影響を検討することができます。表1から変動費(千円/10a)、単価(千円/kg)及び収量(kg/10a)を引用して、プロセス分割の具体例を示します(表8)。

表8 プロセス分割後の利益係数等

プロセス	p_1	s_1	p_2	s_2
利益係数（変動費・単価）	-130	0.5	-150	0.6
収量	—	500	—	400

目的関数は、

$$z = 120 x_1 + 90 x_2 \quad (9-1)$$

から

$$z = -130 p_1 + 0.5 s_1 - 150 p_2 + 0.6 s_2 \quad (9-2)$$

に変わります。

生産プロセス p_i と販売プロセス s_i との間には、「収量 $\times p_i = s_i$ 」という関係がありますので、次のような制約式を設定します。甜菜については、

$$s_1 = 500 p_1 \quad (9-3)$$

定左形にすると、

$$0 = 500 p_1 - s_1 \quad (9-4)$$

同様に、馬鈴薯については、

$$0 = 400 p_2 - s_2 \quad (9-5)$$

以上のモデル作成法の具体例は、XLPのインストール時に作成されるフォルダーsampleに保存されているファイル“Mondai3.clp”と“BasicModel2.xls”に収められています。

(2) 経済計算式の設定

変動費（E）、粗収益（R）、限界利益（P）等の経営成果を表す概念をプロセスに設定して、モデルの中で経済計算をさせることができます。

変動費は、

$$E = 130 p_1 + 150 p_2 \quad (10-1)$$

定左形にすると、

$$0 = -E + 130 p_1 + 150 p_2 \quad (10-2)$$

同様に、粗収益は、

$$0 = -R + 250 p_1 + 240 p_2 \quad (10-3)$$

限界利益は、

$$P = R - E \quad (10-4)$$

定左形にして、

$$0 = -P + R - E \quad (10-5)$$

(3) 目的関数を所得にする方法（固定費の控除）

目的関数の値は、通常、所得と固定費の合計ですが、固定費が最適解の内容が変化しても不変の場合には、前項と同様の方法で、目的関数の値を所得にすることができます。たとえば、固定費が30万円だとすると、稼働水準が1で利益係数が－300千円の固定費プロセスkを設定します。

$$\text{目的関数 (z)} = 120 p_1 + 90 p_2 - 300 k \quad (11-1)$$

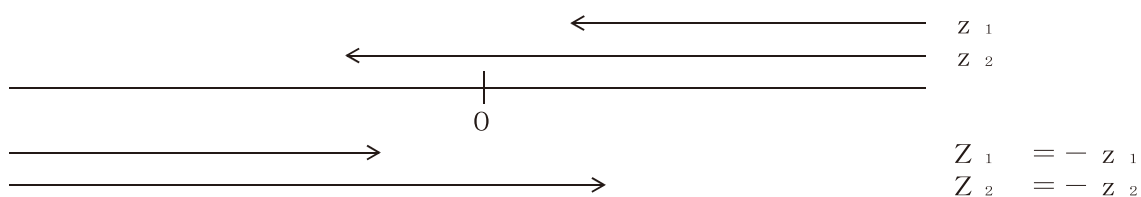
同時に、次の制約式を設定します。

$$1 = k \quad (11-2)$$

以上のモデル作成法の具体例は、XLPのインストール時に作成されるフォルダーsampleに保存されているファイル“Mondai4.clp”と“BasicModel2.xls”に収められています。

4) 最小化問題

ここで紹介するXLPのように目的関数の最大化問題を解くプログラムでも、目的関数の利益係数の符号を反転すれば、最小化の問題を解くことができます。符号を反転することにより、最小化の問題が最大化の問題に転化されるからです（下図）。



飼料の配合問題で具体的に考えてみます。表9のような養分率と価格の単味飼料を配合

して、なるべく安価な配合飼料を作りたいとします。目標は原料の単味飼料の購入費の最小化になりますから、最小化すべき目的関数は、

$$z = +29.8x_1 + 23.0x_2 + 48.5x_3 + 61.7x_4 \rightarrow \text{最小化} \quad (12-1)$$

となります。これを次式のように符号を反転すれば、最大化問題となります。

$$-z = -29.8x_1 - 23.0x_2 - 48.5x_3 - 61.7x_4 \rightarrow \text{最大化} \quad (12-2)$$

TDN 70%以上、DCP 15%以上、Ca 0.3%以上、P 0.2%以上の配合飼料をなるべく安価に製造したいときの、配合比率を求める問題をモデル化します。

以上のモデル作成法の具体例は、XLPのインストール時に作成されるフォルダーsampleに保存されているファイル“Mondai5.clp”と“BasicModel2.xls”に収められています。

表 9 単味飼料の養分率と価格

	TDN (%)	DCP (%)	Ca (%)	P (%)	単価 (円)
トウモロコシ	79.9	6.9	0.03	0.31	29.8
フスマ	62.9	11.7	0.13	1.10	23.0
大豆粕	76.6	42.4	0.33	0.70	48.5
サプリメント	—	—	26.50	17.79	61.7

5) 補足

これまで述べてきたモデル作成法以外にも、次のようなことがモデル化できます。

- (1) 作業適期幅の違いの処理
- (2) 作業内容(たとえばオペレータ作業と補助作業)を考慮した労働配分・制約
- (3) 畜産技術水準の技術係数化

これらのモデル作成法の具体例は、XLPのインストール時に作成されるフォルダsampleに保存されているファイル“野菜・労働区分・酪農・適期幅.xlp”に収められています。

5. 解法

1) 図解法

線形計画モデルは、プロセス(変数)が2つの場合には、座標を使った図解法により最適解を求めることができます。表1の事例から大豆を除いた事例(表10)で説明します。

表10 簡単な事例の単体表(シンプレックス表)

	定数項 (制約量)	x_1 甜菜	x_2 馬鈴薯
利益係数	0	120	90
土 地	10	1	1
5 月 労 働	360	45	15
9 月 労 働	360	20	40

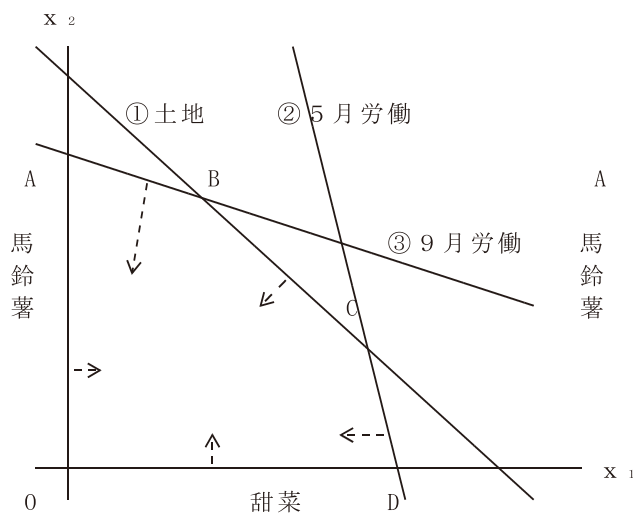


図7 実行可能領域

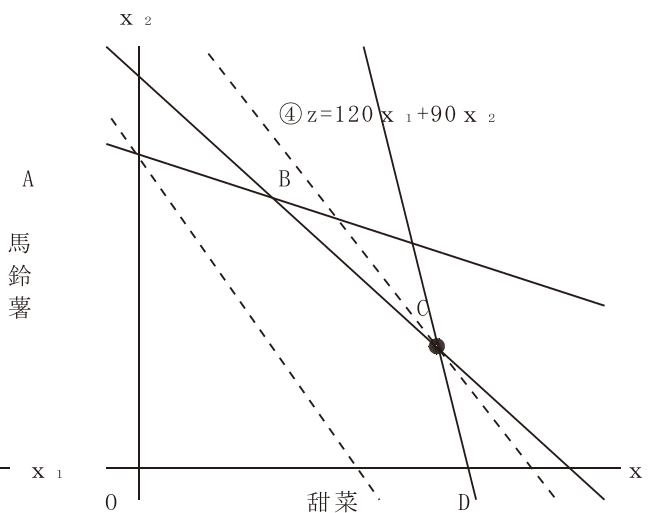


図8 最適解

図7は横軸(x_1)が甜菜の作付面積、縦軸(x_2)が馬鈴薯の作付面積を示します。図中の①～③の直線の原点側が表10の土地と労働の制約条件を満たす領域です。作付面積はゼロかプラスですから、 x_1 の値は縦軸の右方であり、 x_2 の値は横軸の上方になります。したがって、土地、労働、作付面積の制約条件の全てを満足させる領域は、多角形OABCDの辺と内部になります。この領域が甜菜と馬鈴薯の作付面積が取り得る値の範囲であり、**実行可能領域**と呼びます。また、多角形の辺を含む領域内で作付面積を示す点は無数にありますが、それらの点を**実行可能解**と呼びます。原点(0, 0)は、計画としては意味がありませんが、実行可能解の1つになります。

図8は、図7に目的関数を追加した図です。利益係数から目的関数は $z = 120x_1 + 90x_2$ となりますが、この直線は傾きが $-120/90$ で、切片が z の値によって変化する右下がりの直線の集合と考えることができます。ある値の z で定まる目的関数を表す直線上の甜菜と馬鈴薯の作付面積の値の組み合わせは無限にありますが z の値はある値として一定ですから、目的関数を表す直線は**等収益線**ということになります。

この等収益線は、原点から遠ざかる(右側に平行移動する)につれて z の値が大きくなり

ます。しかし、 z の値がいくら大きくても、その直線上の最低 1 つの点の実行可能領域になれば、その直線上の x_1 と x_2 のどの組み合わせも実行不可能ということになります。したがって、等収益線上の最低 1 つの点の実行可能領域に含まれる範囲で、原点から次第に遠ざけていき、原点からの距離が最も遠くなったときの等収益線の z の値が、最適解の目的関数の値になります。また、そのときの等収益線と実行可能領域は接することとなり、その接点が最適解となります。

図 8 では、点 C で等収益線と実行可能領域が接するため、このときの x_1 と x_2 の値 7 と 3 が最適解、そのときの目的関数の値 z は 1,110 となります。実行可能領域を示す多角形の形や等収益線の勾配によっては、頂点ではなく辺と接することもあります。そのような場合には、最適解は 1 つに定まらず、線分上の点の集合となります。

等収益線の勾配は、 x_1 、 x_2 の利益係数の変化によって変化しますが、通常は実行可能領域の多角形の頂点である A、B、C、D などの点が最適解となります。これらの点は端点または端点解と呼ばれます。

以上のように、変数が 2 つの場合には、図解法によって最適解を求めることができます。

プロセスが 3 つ以上になると図解法では困難であり、シンプレックス法等の代数的な解法を用います。それらの解法を利用した計算プログラムが商用あるいはフリーウェアとして、いくつかあります。

2) シンプレックス法(単体法)

(1) 原理

図解法で取り上げた簡単な事例に即して説明します。非負条件を除く数式を再掲すると、次のとおりです。

$$\begin{array}{ll} 120 x_1 + 90 x_2 = z & \text{① 限界利益} \rightarrow \text{最大化} \\ x_1 + x_2 \leq 10 & \text{② 経営耕地} \\ 45 x_1 + 15 x_2 \leq 360 & \text{③ 5月労働} \\ 20 x_1 + 40 x_2 \leq 360 & \text{④ 9月労働} \end{array}$$

②～④の不等式に、土地、5月労働、9月労働の残量を表わ変数 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 を導入して、等式に置き換えます。①式の目的関数は⑦式のように変形します。

$$\begin{array}{ll} z - 120 x_1 - 90 x_2 & = 0 \quad \text{⑦} \\ x_1 + x_2 + \lambda_1 & = 10 \quad \text{⑧} \\ 45 x_1 + 15 x_2 + \lambda_2 & = 360 \quad \text{⑨} \\ 20 x_1 + 40 x_2 + \lambda_3 & = 360 \quad \text{⑩} \end{array}$$

等式化のために導入した変数 λ をスラック変数と呼びます。それらの利益係数は 0 です。また、スラック変数と区別する意味で、 x_1 、 x_2 を計画変数(決定変数)と呼ぶことにします。

このようにすると、線形計画法の問題は、⑦～⑩式で表わされた連立方程式を、 $x_1 \geq 0$ 、 $x_2 \geq 0$ 、 $\lambda_1 \geq 0$ 、 $\lambda_2 \geq 0$ 、 $\lambda_3 \geq 0$ という非負条件のもとで、目的関数の値 z が最大となるように解いて、各変数 x_1 、 x_2 、 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 の値を決定する問題となります。

しかし、ここでは未知数が 6 個であるのに対し、方程式の数は 4 本しかありませんから、

通常の連立方程式の解き方では、変数 $x_1 \cdots \lambda_3$ の値が一意的には定まりません。

そこで、このような連立方程式を解くに当たって、各式から 1 つ変数を選び、その値が定数項と同じ値となり、その他の変数は 0 となるような解を、順次検討していきます。⑦～⑩の等式で考えると、 $z=0$ 、 $\lambda_1=10$ 、 $\lambda_2=360$ 、 $\lambda_3=360$ 、 $x_1=0$ 、 $x_2=0$ という解になります。この解から検討を始めます。ここで、選ばれた変数を**基底変数**、0とおいた変数を**非基底変数**と呼びます。最適解の指標となる z は、常に値を持っている必要があるので、常に基底変数になるようにします。以下、式の中の変数で下線のついたものは基底変数、そうでないものは非基底変数を示すものとします。⑦～⑩式を再掲します。

$$\underline{z} - 120x_1 - 90x_2 = 0 \quad \text{⑦}$$

$$x_1 + x_2 + \underline{\lambda_1} = 10 \quad \text{⑧}$$

$$45x_1 + 15x_2 + \underline{\lambda_2} = 360 \quad \text{⑨}$$

$$20x_1 + 40x_2 + \underline{\lambda_3} = 360 \quad \text{⑩}$$

(第 1 段階)

計画変数 x_1 、 x_2 をそれぞれ 0 とおいた⑦～⑩式から出発しますが、このときの解 $x_1=0$ 、 $x_2=0$ 、 $z=0$ 、 $\lambda_1=10$ 、 $\lambda_2=360$ 、 $\lambda_3=360$ を**初期解**、そのときの問題を**初期問題**と呼びます。ここで、⑦～⑩式をよく見ると、次の 2 点に気がつきます。基底変数は各式に 1 つあり、各基底変数は 1 つの式にのみ現れている。非基底変数を 0 とおくと、基底変数の値はその基底変数の現れる式の定数項に等しくなり、それが⑦～⑩式の連立方程式の解の 1 つになっている。このような形式を**基底形式**といいます。以下の各段階でも、各式の変数や係数が変化しても、この基底形式を保ちます。

さて、非基底変数の x_1 、 x_2 を基底変数に取り入れることにより、目的関数の値が増加するか検討します。 x_1 と x_2 をそれぞれ 1 単位稼働 (増加) させた時の目的関数の増分は、⑦式における非基底変数の係数の符号を逆にしたもの に等しいことに注目して下さい。そこで、増分の多い x_1 を基底変数にすることにし、稼働の上限値を求める。⑧式では 10、⑨式では 8 ($=360/45$)、⑩式では 18 ($=360/20$) なので、非負条件から 8 となる。

そこで、⑨式の x_1 を残して、⑦、⑧、⑩式から x_1 を消去すると⑪～⑭式が求まります。求め方はカッコ内に示すとおりです。

$$\underline{z} - 50x_2 + 8/3\lambda_2 = 960 \quad \text{⑪} \quad (\text{⑦} - \text{⑩} \times (-120))$$

$$2/3x_2 + \underline{\lambda_1} - 1/45\lambda_2 = 2 \quad \text{⑫} \quad (\text{⑧} - \text{⑩} \times 1)$$

$$\underline{x_1} + 1/3x_2 + 1/45\lambda_2 = 8 \quad \text{⑬} \quad (\text{⑨} \div 45)$$

$$100/3x_2 - 4/9\lambda_2 + \underline{\lambda_3} = 200 \quad \text{⑭} \quad (\text{⑩} - \text{⑬} \times 20)$$

z 、 x_1 、 λ_1 、 λ_3 を基底変数としたときの解は、⑫～⑭式で $x_2=0$ 、 $\lambda_2=0$ とおけば、 $z=960$ 、 $x_1=8$ 、 $x_2=0$ 、 $\lambda_1=2$ 、 $\lambda_2=0$ 、 $\lambda_3=200$ となり、甜菜を 80 a 作付け、土地を 20 a、9 月労働を 200 時間余す計画となることがわかります。

(第 2 段階)

さらに、非基底変数になっている x_2 、 λ_2 を基底変数に取り入れることにより、目的関数の値が改善される (増加する) かどうか検討します。非基底変数を 1 単位稼働させたときの目的関数の増加は、⑪式における非基底変数の係数の符号を逆にしたものなので、係

数が負である x_2 を基底変数とする。その上限が、⑫～⑭式から、 $3 (=2/(2/3))$ 、 $24 (=8/(1/3))$ 、 $6 (=200/(100/3))$ なので、 3 となる。前と同じ手順で⑫式の x_2 を残し、⑪、⑬、⑭式から x_2 を消去すると⑮～⑱式が得られる。

$$\underline{z} + 75\lambda_1 + 3/3\lambda_2 = 1110 \quad \text{⑮} \quad (\text{⑪} - \text{⑬} \times (-50))$$

$$\underline{x_2} + 3/2\lambda_1 - 1/30\lambda_2 = 3 \quad \text{⑯} \quad (\text{⑫} \div 2/3)$$

$$\underline{x_1} - 1/2\lambda_1 + 1/30\lambda_2 = 7 \quad \text{⑰} \quad (\text{⑬} - \text{⑯} \times 1/3)$$

$$-50\lambda_1 + 2/3\lambda_2 + \underline{\lambda_3} = 100 \quad \text{⑱} \quad (\text{⑭} - \text{⑯} \times 100/3)$$

z 、 x_1 、 x_2 、 λ_3 を基底変数としたときの解は $z=1110$ 、 $x_1=7$ 、 $x_2=3$ 、 $\lambda_1=0$ 、 $\lambda_2=0$ 、 $\lambda_3=100$ となり、甜菜を70a、馬鈴薯を30a 作付け、9月労働を100時間余らすという計画になります。

(第3段階)

⑮式から、基底変数と非基底変数の入れ替えにより、これ以上目的関数の値が改善されないことがわかります。したがって、 z 、 x_1 、 x_2 、 λ_3 を基底変数とした⑮～⑱式の解、すなわち $z=1110$ 、 $x_1=7$ 、 $x_2=3$ 、 $\lambda_3=100$ が最適解であるということになります。

以上が具体例に即したシンプレックス法の説明です。定式化された線形計画法の問題は、連立不等式にスラック変数を導入して等式化し、順次基底変数と非基底変数を、目的関数の最適性の基準と各変数の非負条件のもとで選択し、目的関数の値のより大きい解を求める、といった手順に沿って計算を行えば必ず最適解に到達することができます。

なお、制約式が逆向き不等式あるいは等式の場合でも、初期解の式(⑦～⑩)を若干修正することにより、上述の方法で最適解を求めることができます。詳細は、参考文献2)の(1)を参照ください。

(2) シンプレックス表による計算

シンプレックス法による計算は、制約式を等式化した連立方程式の各変数の係数と定数項および目的関数の各変数の利益係数を整理して配列した、シンプレックス表(単体表)と呼ばれる計算用書式を用いて簡便に行なうことができます(表11)。

表11 簡単な事例(表10)のシンプレックス表

変数		甜菜		馬鈴薯	土地	5月労働	9月労働	θ_i
		x_1	x_2		λ_1	λ_2	λ_3	
第1段階	$z - c$	0	-120	-90	0	0	0	
	土地 λ_1	10	1	1	1	0	0	10
	5月労働 λ_2	360	45	15	0	1	0	8
	9月労働 λ_3	360	20	40	0	0	1	18
第2段階	$z - c$	960	0	-50	0	8/3	0	
	土地 λ_1	2	0	2/3	1	-1/45	0	3
	作物A x_1	8	1	1/3	0	1/45	0	24
	9月労働 λ_3	200	0	100/3	0	-4/9	1	6
第3段階	$z - c$	1110	0	0	75	1	0	
	作物B x_2	3	1	1	3/2	-1/30	0	
	作物A x_1	7	1	0	-1/2	1/30	0	
	9月労働 λ_3	100	0	0	-50	2/3	1	

6. 線形計画法・営農計画作成支援プログラムについて

1) XLP・BFM 関係

(1) XLP、BFMのWebページのURL

<http://cse.naro.affrc.go.jp/ooisi/> または <http://39you.net/xlp/>

(2) XLPの計算機能を利用した営農計画モデル作成支援プログラム

経営指標の作成や、計画モデルの作成自動化、計算結果の図表化等の機能

AGRIX <http://39you.net/xlp/agrix.html>

HOI-SASSA mini http://39you.net/xlp/HOI-SASSA_mini.html

その他 <http://39you.net/xlp/application.html>

(3) XLPの計算機能とBFMのモデル作成機能を利用したアプリケーション

FarmanDess <http://keieikenkyu.narcb.affrc.go.jp/ishikettei.html>

Z-BFM http://keieikenkyu.narcb.affrc.go.jp/Z_BFM.html

2) XLP・BFM 以外

(1) 線形計画法プログラム

micro-NAPS with WINE (FAPSの計算エンジン)

Excelのソルバー

What's Best

Premium Solver

(2) 営農計画モデル作成支援プログラム

FAPS

EzFAPS

7. 参考文献

1) 線形計画法

- (1) 平本巖・栗原和夫『文科系の線形計画法入門』牧野書店、2000
- (2) 今野浩『線形計画法』日科技連出版社、1987

2) 農業経営問題への線形計画法の活用方法

- (1) 農業研究センター『線形計画法による農業経営の設計と分析マニュアル』農林統計協会、1999

3) XLP、BFM 及び Z-BFM について

- (1) 営農計画のための線形計画法プログラムXLP、農業情報研究、Vol.15 No.3、2006、
<http://www.jstage.jst.go.jp/browse/air/-char/ja/>
- (2) 営農計画モデル作成自動化プログラムBFM、農業情報研究、Vol.17 No.2、2008、
<http://www.jstage.jst.go.jp/browse/air/-char/ja/>

営農計画策定支援システム Z-BFM 解説マニュアル 第3版 平成25年1月31日
JA 全農 営農販売企画部・農研機構 経営管理プロジェクト